

専攻科

平成 28 年 6 月 28 日実施

平成 29 年度専攻科入学者選抜学力検査【前期】問題

【数学】

(配点)

1	20 点
2	20 点
3	20 点
4	20 点
5	20 点

(注 意)

- 1 問題用紙は指示があるまで開かないこと。
- 2 問題用紙は 1 ページから 10 ページまで、解答用紙は 5 枚である。
検査開始の合図のあとで確かめること。
- 3 答えは、すべて解答用紙に記入すること。
- 4 解答用紙の総得点欄および得点欄には記入しないこと。
- 5 計算用紙は本冊子から切り離さないこと。

1 次の問いに答えよ。【解答用紙には答のみ記入せよ】

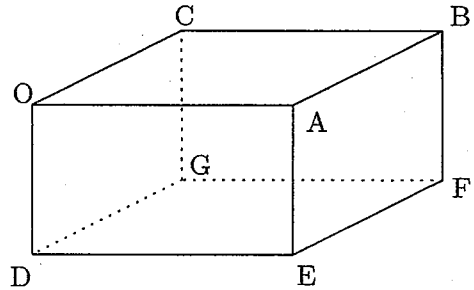
(1) 7^4 を求めよ。

(2) 7^{2016} の下 3 桁 (すなわち, 100 の位, 10 の位, 1 の位) を求めよ。

〔 計 算 用 紙 〕

2 直方体 OABC-DEFG において、 $OA = 2\sqrt{3}$, $OC = 2$, $OD = 2$ とする。また、 $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OC} = \vec{b}$, $\vec{OD} = \vec{c}$ とおく。次の問いに答えよ。

- (1) 内積 $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ および $\vec{AF} \cdot \vec{FB}$ を求めよ。【解答用紙には答のみ記入せよ】
- (2) 線分 AG を 3 : 2 に内分する点を H とするとき、 \vec{OH} を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ。【解答用紙には答のみ記入せよ】
- (3) (2) の点 H に対し、直線 BH と面 DEFG の交点を I とする。
このとき、 \vec{OI} を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ。【解答用紙には答を導く計算過程も記述すること】



〔 計 算 用 紙 〕

3 曲線 $C: \begin{cases} x = 2t - t^2 \\ y = 1 - 2t^2 \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 1)$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $0 < t < 1$ における速度ベクトル $\vec{v} = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt} \right)$ を求めよ。【解答用紙には答のみ記入せよ】
- (2) $0 < t < 1$ において、速度ベクトル $\vec{v} = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt} \right)$ の大きさが最小になる t の値を求めよ。また、そのときの t に対応する曲線 C 上の点 P の座標を求めよ。【解答用紙には答のみ記入せよ】
- (3) (2) で求めた点 P における接線 l の方程式を求めよ。【解答用紙には答のみ記入せよ】
- (4) $0 < t < 1$ において、曲線 C と (3) で求めた接線 l の交点は (2) で求めた点 P 以外に存在しないことを証明せよ。【解答用紙には答を導く計算過程も記述すること】
- (5) 曲線 C と (3) で求めた接線 l および y 軸で囲まれる部分の面積を求めよ。【解答用紙には答を導く計算過程も記述すること】

〔 計 算 用 紙 〕

4 次の問いに答えよ.

(1) 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ の逆行列 A^{-1} を求めよ. 【解答用紙には答を導く計算過程も記述すること】

(2) 3つのベクトル

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

が与えられている. 3次の正方行列 B に対して, \vec{v}_1 は固有値 -1 に対する固有ベクトル, \vec{v}_2, \vec{v}_3 はともに固有値 2 に対する固有ベクトルであるとする. このような行列 B を求めよ. 【解答用紙には答を導く計算過程も記述すること】

〔 計 算 用 紙 〕

5 曲面 $S: z = x^2 + y^2 + 1$ について, 次の問いに答えよ.

- (1) 第1次偏導関数 z_x, z_y を求めよ. ただし $z_x = \frac{\partial z}{\partial x}, z_y = \frac{\partial z}{\partial y}$ とする. 【解答用紙には答のみ記入せよ】
- (2) 曲面上の点 $P(1, 1, 3)$ における接平面の方程式を求めよ. 【解答用紙には答のみ記入せよ】
- (3) xy 平面と円柱 $x^2 + y^2 = 4$ および曲面 S で囲まれる立体の体積 V を求めよ. 【解答用紙には答を導く計算過程も記述すること】

〔 計 算 用 紙 〕

