

平成 29 年度専攻科入学者選抜学力検査【後期】問題

【数学】

(配点)

1	20 点
2	20 点
3	20 点
4	20 点
5	20 点

(注 意)

- 1 問題用紙は指示があるまで開かないこと。
- 2 問題用紙は 1 ページから 10 ページまで、解答用紙は 5 枚である。
検査開始の合図のあとで確かめること。
- 3 答えは、すべて解答用紙に記入すること。
- 4 解答用紙の総得点欄および得点欄には記入しないこと。
- 5 計算用紙は本冊子から切り離さないこと。

1 a は正の実数とする. x についての 2 次関数 $y = ax^2 - (2a^2 - 4a)x + 1$ について以下の問いに答えよ.

- (1) この 2 次関数の頂点の座標を a を用いて表せ. 【解答用紙には答のみ記入せよ】
- (2) この 2 次関数の最小値が 0 となる a の値を求めよ. 【解答用紙には答のみ記入せよ】
- (3) この 2 次関数のグラフが x 軸と異なる 2 点で交わる a の範囲を求めよ. 【解答用紙には答のみ記入せよ】

〔 計 算 用 紙 〕

2 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ に対して行列

$$A = \begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{pmatrix}$$

で表される xy 平面上の線形変換 f を考える. このとき以下の問いに答えよ.

- (1) 行列 A の逆行列を求めよ. 【解答用紙には答のみ記入せよ】
- (2) m を実数とするとき, ベクトル $\vec{a} = (1, m)$ と $\vec{b} = (m, -1)$ は線形独立であることを証明せよ. 【解答用紙には答を導く計算過程も記述すること】
- (3) $m = \tan \theta$ とするとき, 線形変換 f による (2) のベクトル \vec{a}, \vec{b} の像 $f(\vec{a}), f(\vec{b})$ をそれぞれ求めよ. 【解答用紙には答のみ記入せよ】
- (4) $m = \tan \theta$ とするとき, f は xy 平面上の点を直線 $y = mx$ について対称な点にうつす線形変換であることを証明せよ. 【解答用紙には答を導く計算過程も記述すること】

〔 計 算 用 紙 〕

3

曲線 $y = -\log x$ と、その $x = 1$ における接線および直線 $x = h$ ($0 < h < 1$) で囲まれた図形の面積を $S(h)$ とする。また、その図形を x 軸のまわりに回転してできる回転体の体積を $V(h)$ とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 関数 $y = -\log x$ の導関数を求め、 $x = 1$ における接線の方程式を求めよ。【解答用紙には答のみ記入せよ】
- (2) $\lim_{h \rightarrow +0} S(h)$ を求めよ。【解答用紙には答を導く計算過程も記述すること】
- (3) $\lim_{h \rightarrow +0} V(h)$ を求めよ。【解答用紙には答を導く計算過程も記述すること】

〔 計 算 用 紙 〕

4 次の関数 $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$ で表される曲面について考える。以下の問いに答えよ。

- (1) 偏導関数 z_x, z_y を求めよ。【解答用紙には答のみ記入せよ】
- (2) 曲面上の点 $(1, 2, 2)$ における接平面の方程式を求めよ。【解答用紙には答のみ記入せよ】
- (3) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$ のとき、 z の最大値および最小値を求めよ。ただし、 z は最大値および最小値をもつとして良い。【解答用紙には答を導く計算過程も記述すること】

〔 計 算 用 紙 〕

5 a を実数とする。以下の問いに答えよ。

(1) 2 次の正方行列 $X = \begin{pmatrix} a & -1 + a^2 \\ -1 & -a \end{pmatrix}$ について

$$X^2 = E$$

が成り立つことを証明せよ。ただし、 E は 2 次の単位行列とする。【解答用紙には答を導く計算過程も記述すること】

(2) 行列 $X - E$ は逆行列をもつかどうか答えよ。【解答用紙には答を導く計算過程も記述すること】

(3) 正の整数 n に対して、行列 $(X - E)^n$ を求めよ。【解答用紙には答を導く計算過程も記述すること】

〔 計 算 用 紙 〕

