

専攻科

平成 29 年 10 月 31 日実施

平成 30 年度専攻科入学者選抜学力検査【後期】問題

【数学】

(配点)		
①	25	点
②	25	点
③	25	点
④	25	点

(注 意)

- 1 問題用紙は指示があるまで開かないこと。
- 2 問題用紙は1ページから8ページまで、解答用紙は4枚である。
検査開始の合図のあとで確かめること。
- 3 答えは、すべて解答用紙に記入すること。
- 4 解答用紙の総得点欄および得点欄には記入しないこと。
- 5 計算用紙は本冊子から切り離さないこと。

1 次の問いに答えよ。【解答用紙には答のみ記入せよ】

(1) a を実数とするとき

$$\sqrt{(a+1)^2} + \sqrt{(a-1)^2}$$

の値を求めよ。

(2) 次の和を計算せよ。

$${}_{10}C_0 - {}_{10}C_1 + {}_{10}C_2 - {}_{10}C_3 + \cdots + {}_{10}C_8 - {}_{10}C_9 + {}_{10}C_{10}.$$

ただし、 n, r を 0 以上の整数とするとき ${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ と定め、 $0! = 1$ とする。

(3) 空間内の 3 点 $A(2, 1, 3)$, $B(3, -1, 0)$, $C(1, 0, -1)$ を頂点とする三角形 ABC の重心 G の座標を求めよ。

(4) 3 変数 x, y, z についての連立方程式

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 0 \\ 4x + ay + 3z = 0 \\ x - y - 2z = 0 \end{cases}$$

が $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ 以外の解を持つような a の値を求めよ。

(計 算 用 紙)

- 2 曲線 C が媒介変数表示 $x = f(t)$, $y = g(t)$ で表されるとき, (1), (2) それぞれの場合について曲線 C と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ. ただし, a は正の定数とする. 【解答用紙には答のみ記入せよ】

$$(1) C: \begin{cases} x = a \cos t \\ y = a \sin t \end{cases} \quad (0 \leq t \leq \pi).$$

$$(2) C: \begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases} \quad (0 \leq t \leq \pi).$$

〔 計 算 用 紙 〕

3 次の問いに答えよ。【解答用紙には答のみ記入せよ】

(1) 行列 $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ の固有値をすべて求めよ。

(2) 行列 $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ の固有値 2 に対する固有ベクトルをひとつ求めよ。

(3) 行列 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ について、以下の文章の空欄を埋めよ。 A の固有値は $\lambda =$

1, \square ア, \square イである。ただし、 \square ア $<$ \square イ とする。 A は対称行列なので、適当な直交行列 T を選ぶことで tTAT が対角行列であるようにできる。ただし、 tT は T の転置行列とする。このときの直交行列 T をひとつ選んで解答欄 \square ウ に答えよ。

(計 算 用 紙)

4 次の問いに答えよ。【解答用紙には答のみ記入せよ】

- (1) x, y を変数とする 2 変数関数 $z = e^{3x} \sin 2y$ について、第 2 次偏導関数 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ を求めよ。
- (2) x, y を変数とする 2 変数関数 $z = \log(x^2 + y^2)$ について $x = \frac{1}{2}(u^2 - v^2)$, $y = uv$ とする。このとき z は u, v に関する 2 変数関数となる。偏導関数 $\frac{\partial z}{\partial u}$ を u, v の式で表せ。
- (3) x, y を変数とする 2 変数関数 $z = x^3 + y^3 - 12xy$ の極値を求める。以下の文章の空欄を埋めよ。 $f(x, y) = x^3 + y^3 - 12xy$ とおく。関数 $f(x, y)$ の偏導関数を求めると、 $\frac{\partial f}{\partial x} = \boxed{\text{ア}}$, $\frac{\partial f}{\partial y} = \boxed{\text{イ}}$ となる。連立方程式 $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial y} = 0$ を解くと、その解は $(x, y) = \boxed{\text{ウ}}, \boxed{\text{エ}}$ である(ただし、 $\boxed{\text{ウ}}, \boxed{\text{エ}}$ の解答順序は問わない)。関数 $z = x^3 + y^3 - 12xy$ の極値を求め、 z の極値およびそのときの (x, y) の値を解答欄 $\boxed{\text{オ}}$ に答えよ。

〔 計 算 用 紙 〕