専攻科

平成 30 年 7 月 18 日実施

平成 31 年度専攻科入学者選抜学力検査 問題

【数学】

（配点）		
1	２５	点
2	２５	点
3	２５	点
4	２５	点

（注　意）

1　問題用紙は指示があるまで開かないこと。

2　問題用紙は１ページから８ページまで，解答用紙は４枚である。
　検査開始の合図のあとで確かめること。

3　答えは，すべて解答用紙に記入すること。

4　解答用紙の総得点欄および得点欄には記入しないこと。

5　計算用紙は本冊子から切り離さないこと。

$\boxed{1}$ 空間内の点 $\mathrm{A}(1,\ -2,\ 4)$ を通り, 方向ベクトルが $\vec{v}=(1,\ 1,\ -2)$ で与えられる直線を ℓ とするとき, 次の問いに答えよ. 【解答用紙には答のみ記入せよ】

(1) 点 $\mathrm{B}(3,\ 4,\ -1)$ を通り ℓ に垂直な平面の方程式を $ax+by+cz=d$ と表すとき, 定数 $a,\ b,\ c,\ d$ の値を求めよ. ただし, $a,\ b,\ c,\ d$ は互いに素な (1 と -1 以外の公約数を持たない) 整数で $a \geqq 0$ であるとする.

(2) 直線 ℓ 上の点 P を点 B からの距離が最小となるように定める. このとき点 P の座標とそのときの線分 BP の長さを求めよ.

(3) 原点を中心とする半径 3 の球と直線 ℓ の交点の座標をすべて求めよ.

〔 計 算 用 紙 〕

$\boxed{2}$ 次の文章の空欄に適当なものを入れよ．【解答用紙には答のみ記入せよ】

(1) 行列 $A = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$ の固有値は $\lambda = \boxed{ア}, \boxed{イ}$ である．ただし，$\boxed{ア} > \boxed{イ}$ とする．

(2) 行列 $B = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$ の固有値 6 に対する固有ベクトルは $c\begin{pmatrix} 1 \\ \boxed{ウ} \end{pmatrix}$ である．ただし，$c \neq 0$.

(3) 行列 $C = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & x \end{pmatrix}$ がただ一つの固有値をもつとき，x の値は $\boxed{エ}, \boxed{オ}$ である．ただし，$\boxed{エ} > \boxed{オ}$ とする．

〔 計 算 用 紙 〕

$\boxed{3}$ 次の 2 重積分に関する問題に答えよ．【解答用紙には答のみ記入せよ】

(1) 領域 $D = \left\{(x, y) \mid 0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}, 0 \leqq y \leqq \dfrac{\pi}{2}\right\}$ とするとき次の空欄に適当なものを入れよ．

$$\iint_D \sin(x-y)\,dxdy = \boxed{\text{ア}}.$$

(2) 領域 $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leqq 1\}$ とするとき次の空欄に適当なものを入れよ．

$$\iint_D e^{x^2+y^2}\,dxdy = \boxed{\text{イ}}.$$

(3) 次の等式は積分順序の変更である．空欄に適当なものを入れよ．

$$\int_1^e \left\{\int_0^{\log x} f(x, y)\,dy\right\} dx = \int_0^1 \left\{\int_{\boxed{\text{ウ}}}^{\boxed{\text{エ}}} f(x, y)\,dx\right\} dy.$$

(4) 領域 $D = \{(x, y) \mid 0 \leqq y \leqq 2x - x^2\}$ とするとき次の空欄に適当なものを入れよ．

$$\iint_D x\,dxdy = \boxed{\text{オ}}.$$

〔 計 算 用 紙 〕

$\boxed{4}$ 関数 $x = x(t)$ について次の問いに答えよ．【解答用紙には答のみ記入せよ】

(1) 2 階微分方程式

$$\frac{d^2x}{dt^2} - 6\frac{dx}{dt} + 9x = 0$$

の解で，$t = 0$ のとき $x = 1$, $\dfrac{dx}{dt} = -1$ を満たすものを求めよ．

(2) k を実数とする．2 階微分方程式

$$3\frac{d^2x}{dt^2} + k\frac{dx}{dt} + 4x = 0 \qquad \cdots (*)$$

の解について，その解 $x = x(t)$ を tx-平面に図示したものを微分方程式 $(*)$ の解曲線とよぶ．今，微分方程式 $(*)$ の解が恒等的に 0 ではなく，その解曲線と t 軸との交点が等間隔で無限に存在していると仮定する．このときの実数 k の満たしている範囲を求め，解曲線と t 軸の隣り合う 2 交点の距離を k を用いた式で表せ．

〔 計 算 用 紙 〕