

令和4年7月15日実施

令和5年度専攻科入学者選抜学力検査問題

【数学】

(配点)

1	30 点
2	40 点
3	30 点

(注 意)

- 1 問題用紙は指示があるまで開かないこと。
- 2 問題用紙は1ページから6ページまで、解答用紙は3枚である。
検査開始の合図のあとで確かめること。
- 3 答えは、すべて解答用紙の枠内に記入すること。
- 4 解答用紙の総得点欄および得点欄には記入しないこと。
- 5 計算用紙は本冊子から切り離さないこと。

1 p を $-1 < p < 1$ を満たす定数とし、以下の初項と漸化式で定義される数列 $\{a_n\}$ を考える。

$$a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{a_n}{a_n + p} \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

次の問いに答えよ。〔(1) は解答用紙に証明を記入し、(2), (3) は答えのみ記入せよ〕

- (1) 数列 $\{b_n\}$ を $b_n = \frac{a_n + p - 1}{a_n}$ と定義するとき、 $\{b_n\}$ は公比 p の等比数列であることを証明せよ。
- (2) $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。

[計 算 用 紙]

(令和 5 年度専攻科【数】)

2 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ について次の問いに答えよ。【解答用紙には答えのみ記入せよ】

(1) A の固有値 λ を求めよ。

(2) (1) の固有値 λ に属する固有ベクトルが $\begin{pmatrix} 1 \\ k \end{pmatrix}$ と表されるとき、定数 k の値を求めよ。

(3) (2) の k について $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k & 1 \end{pmatrix}$ と置くと、行列 $B = P^{-1}AP$ を計算して成分表示で答えよ。

(4) $n = 1, 2, 3, \dots$ のとき、行列 A^n を成分表示で答えよ。

なお、定数 a に対して $\begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 1 & na \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ が成り立つことを用いてよい。

[計 算 用 紙]

(令和5年度専攻科【数】)

3 x, y を変数とする 2 変数関数 $f(x, y) = e^{x+y}(x^2 - y^2 + 1)$ について, 次の問いに答えよ. ここで e は自然対数の底 (ネピアの数) を表すとする. 【解答用紙には答えのみ記入せよ】

- (1) 偏導関数 $f_x(x, y), f_y(x, y)$ をそれぞれ求めよ.
- (2) 曲面 $z = f(x, y)$ 上の点 $(0, 0, 1)$ における接平面の方程式を求めよ.
- (3) 曲面 $z = f(x, y)$ の接平面のうち, ベクトル $(1, 1, 1)$ を法線ベクトルに持つものの方程式を求めよ. また, その時の接点の座標を求めよ.

[計 算 用 紙]

(令和5年度専攻科【数】)