

令和5年7月14日実施

令和6年度専攻科入学者選抜学力検査問題

【数学】

(配点)

1	50点
2	50点

(注 意)

- 1 問題用紙は指示があるまで開かないこと。
- 2 問題用紙は1ページから4ページまで、解答用紙は2枚である。
検査開始の合図のあとで確かめること。
- 3 答えは、すべて解答用紙の枠内に記入すること。
- 4 解答用紙の総得点欄および得点欄には記入しないこと。
- 5 計算用紙は本冊子から切り離さないこと。

1 x, y を変数とする 2 変数関数 $f(x, y) = x^3 + xy^2 + 5x^2 + 2y^2 + 3x$ について次の問いに答えよ。【解答用紙には答のみ記入せよ】

- (1) 偏導関数 $f_x(x, y), f_y(x, y)$ を求めよ。
- (2) 第 2 次偏導関数 $f_{xx}(x, y), f_{xy}(x, y), f_{yx}(x, y), f_{yy}(x, y)$ を求めよ。
- (3) $f_x(a, b) = 0$ かつ $f_y(a, b) = 0$ を満たす点 (a, b) を全て求めよ。
- (4) 関数 $f(x, y)$ の極大値, 極小値とそのときの (x, y) の値を求めよ。

{ 計 算 用 紙 }

2 座標平面において、直線 $3x - 2y = 0$ に関する線対称の変換を考える。このとき、次の問いに答えよ。ただし、この問題では座標平面内の点 (x, y) を列ベクトル $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ で表すことにする。【解答用紙には答のみ記入せよ】

(1) 直線 $3x - 2y = 0$ に関する線対称の変換により、点 $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ が移る点を $\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$ とする。このとき、実数 u_1, u_2 の値を求めよ。

(2) 直線 $3x - 2y = 0$ に関する線対称の変換により、点 $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ が移る点を $\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$ とする。このとき、実数 v_1, v_2 の値を求めよ。

(3) 直線 $3x - 2y = 0$ に関する線対称の変換により、点 $\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$ が移る点を $\begin{pmatrix} p' \\ q' \end{pmatrix}$ とする。このとき、 $p' = ap + bq$, $q' = cp + dq$ を満たす実数 a, b, c, d の値を求めよ。

(4) (3) の a, b, c, d を用いて、2 次の正方行列 A を $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ と定める。この行列 A の固有値を λ_1, λ_2 とおく。ただし、 $\lambda_1 > \lambda_2$ とする。このとき、 λ_1, λ_2 の値を求めよ。

(5) (4) の行列 A と固有値 λ_1 について、固有値 λ_1 に属する固有ベクトルが $\begin{pmatrix} 1 \\ k \end{pmatrix}$ と表されるとき、定数 k の値を求めよ。

(6) (4) の行列 A と固有値 λ_2 について、固有値 λ_2 に属する固有ベクトルが $\begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$ と表されるとき、定数 m の値を求めよ。

〔 計 算 用 紙 〕