

令和7年7月16日実施

令和8年度専攻科入学者選抜学力検査問題

【数学】

(配点)

1	50 点
2	50 点

(注 意)

- 1 問題用紙は指示があるまで開かないこと。
- 2 問題用紙は1ページから4ページまで、解答用紙は1枚である。
検査開始の合図のあとで確かめること。
- 3 答えは、すべて解答用紙の枠内に記入すること。
- 4 解答用紙の総得点欄および得点欄には記入しないこと。
- 5 計算用紙は本冊子から切り離さないこと。

1 2つの関数 $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = -x^2 + 5$ について、以下の問いに答えよ。【解答用紙には答のみ記入せよ】

(1) 2つの曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ の交点の座標をすべて求めよ。

(2) $f(x)$ と $g(x)$ の導関数 $f'(x)$, $g'(x)$ を求めよ。

(3) 2つの曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

(4) (1) で求めた2つの曲線の交点の x 座標をそれぞれ α , β とする。ただし、 $\alpha < \beta$ とする。次の定積分の値を求めよ。

$$\int_{\alpha}^{\beta} \{g(x)^2 - f(x)^2\} dx$$

〔 計 算 用 紙 〕

2 3 次の対称行列 A を

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

で定める。以下の問いに答えよ。ただし、この問題では座標空間内の点 (x, y, z) を列ベクトル $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ で表すこととする。【解答用紙には答のみ記入せよ】

(1) A の固有値 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ を求めよ。ただし、 $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$ とする。

(2) A の固有値 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ に対応する単位固有ベクトル $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3$ が、それぞれ

$$\mathbf{u}_1 = \frac{1}{k} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ l \end{pmatrix}, \quad \mathbf{u}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{u}_3 = \frac{1}{k} \begin{pmatrix} m \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

と表されるとき、定数 k, l, m を求めよ。ただし、 $k > 0$ とする。

(3) 単位固有ベクトル $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3$ を用いて、行列 T を

$$T = \frac{1}{k} \begin{pmatrix} 1 & 0 & m \\ 0 & k & 0 \\ l & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

と定める。 T の転置行列を tT と表したとき、 tTAT を求めよ。

(4) 曲面

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2zx = 1$$

で囲まれる立体の体積 V を求めよ。ただし、楕円面

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (a, b, c \text{ は正の定数})$$

で囲まれる立体の体積 W が

$$W = \frac{4}{3}\pi abc$$

となることを用いてもよい。

〔 計 算 用 紙 〕